

Evaluation de Techniques d'Agrandissement des Images

Hedi AMRI, Ali KHALFALLAH and Mohamed Salim BOUHLEL

*Unité de Recherche : Sciences Et Technologies de l'Image et des Télécommunications (SETIT)
Institut Supérieur de Biotechnologie de Sfax (ISBS) B.P.W, 2163038 Sfax, TUNISIE*

hedi_amri@yahoo.fr

khalfallah.ali@laposte.net

medsalim.bouhlel@enis.rnu.tn

Résumé: L'agrandissement des images présente jusqu'à aujourd'hui parmi les domaines de recherche les moins explorés. Cependant, cet outil de traitement d'image est très utilisé dans notre vie quotidienne. Dans ce travail, nous allons présenter une étude comparative de quelques techniques d'agrandissement des images. Cette évaluation concerne la technique du zero-padding, l'interpolation par le plus proche voisin, l'interpolation linéaire, l'interpolation quadratique, l'interpolation cubique et la transformation Spline cardinale. Ces techniques sont basées sur le concept de la préservation du spectre de l'image originale mais se différencient par la fonction d'interpolation spatiale adoptée. En se basant sur les résultats retrouvés, il est bien clair que la réponse de l'approche d'agrandissement adoptée dépend de la ressemblance de son spectre à celui de la fonction d'agrandissement idéale. Ceci explique la bonne qualité de l'image agrandie utilisant la fonction de Spline cardinale.

Mots clés: Agrandissement des images, zero-padding, interpolation polynomiale, Spline cardinale

INTRODUCTION

L'agrandissement des images est l'une des thématiques de recherches d'imagerie les moins ciblées. Par ailleurs, l'agrandissement est une opération courante, utile voir nécessaire. En fait, le médecin en recourt à agrandir les images médicales en vue d'accéder à leurs détails ce qui lui permet de donner un diagnostic plus précis. L'agrandissement est aussi utilisé en infographie et même les photocopieuses sont souvent équipées de fonctions d'agrandissement. L'agrandissement est vu comme une solution algorithmique pour dépasser les limites technologiques des systèmes d'acquisition ce qui est le cas de l'imagerie satellitaire.

L'agrandissement vise à augmenter la résolution de l'image sur un même spatiale afin d'accroître le confort visuel de l'observateur. Ainsi, cette technique consiste à augmenter le nombre total des échantillons. En conséquent, les valeurs des échantillons de l'image agrandie sont estimées en considérant celles des échantillons initiaux.

Dans ce travail, nous allons présenter une étude comparative de plusieurs techniques d'agrandissement à savoir la méthode de zero-padding, les interpolations polynomiales plus proche voisin: linéaire, quadratique, cubique et la transformation Spline cardinale.

1. Principe

La préservation spectrale présente le concept fondamental de l'agrandissement des images. En fait, la différence entre l'image originale et l'image agrandie réside essentiellement dans le pas d'échantillonnage. Donc, nous gardons le même contenu spectral mais on procède à un sur échantillonnage de ce contenu. Le fait d'augmenter le nombre d'échantillons d'une image se traduit dans le domaine fréquentiel par un élargissement du spectre dans les hautes fréquences.

Spatialement, la préservation spectrale est assurée par un entrelacement des zéros suivie par une interpolation de convolution. Notons finalement, que le nombre de zéros ajouté, dépend essentiellement du facteur d'agrandissement. Nous supposons que l'image à agrandir vérifie la condition du théorème d'échantillonnage: la fréquence d'échantillonnage est deux fois supérieure à la plus haute fréquence contenue dans le signal.

En résumé, les techniques d'agrandissement préservent plus ou moins les fréquences de l'image originale mais différentes par l'information ajoutée dans la représentation fréquentielle et par suite l'interpolation adoptée dans l'implémentation spatiale de la technique d'agrandissement.

2. Techniques D'agrandissement

2.1. méthode du zero-padding

La méthode du zero-padding a été proposée pour la première fois par Schafer et Rabiner en 1973 [SCH 73]. Cette technique tire ses origines du concept de la préservation spectrale, dans ce contexte, l'image est transformé au domaine spatiale par TFD (la transformée de Fourier Discrète). Ensuite, on élargie le spectre par remplissage de zéros dans les hautes fréquences introduites

Enfin, on se trouve dans le domaine spatial par l'application de la Transformée de Fourier Discrète inverse.

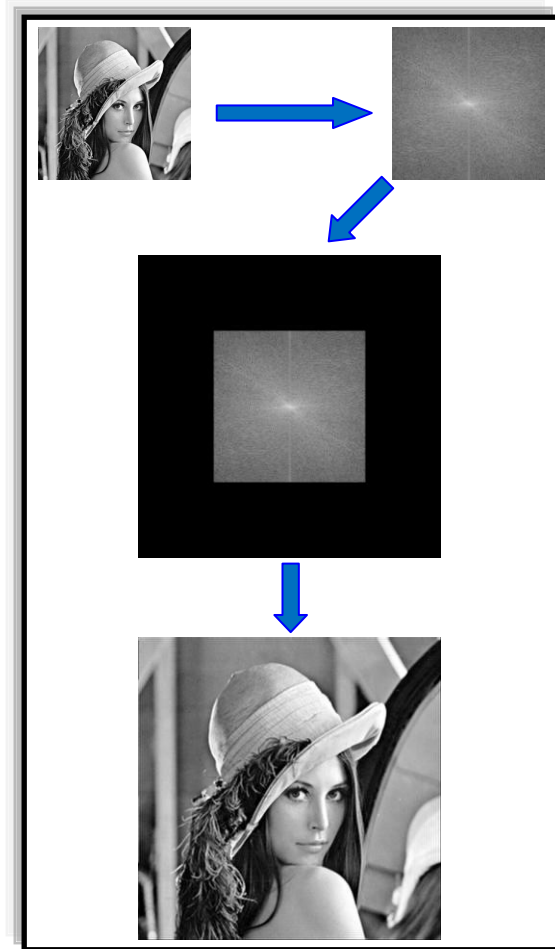


Figure 1. Exemple d'agrandissement par zero-padding

Ce résultat peut être retrouvé en entreaçant des zéros dans la matrice de l'image originale.

(Équation 1) suivi par une interpolation par convolution de l'image obtenue avec sinus cardinal définie par $\text{sinc}(x) = (\sin(x)/x)$ dilatée du facteur d'agrandissement (Équation 2)

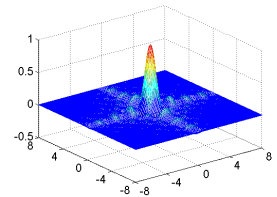
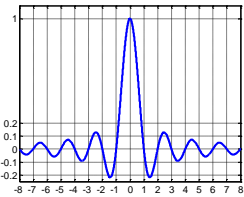
$$\forall m, n \in \left[-\frac{aN}{2}, \frac{aN}{2} \right]^2$$

$$\begin{cases} f^{\uparrow a}(m, n) = f\left(\frac{m}{a}, \frac{n}{a}\right) & \text{si } \frac{m}{a} \text{ et } \frac{n}{a} \text{ sont entiers} \\ f^{\uparrow a}(m, n) = 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (1)$$

$$h(x, y) = \text{sinc } \pi x \cdot \text{sinc } \pi y \quad (2)$$

$$g(x, y) = \sum_{m, n = -\frac{aN}{2}}^{\frac{aN}{2}-1} f^{\uparrow a}(m, n) \cdot h\left(\frac{x-m}{a}, \frac{y-n}{a}\right)$$

$$= f^{\uparrow a} * h\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right) \quad (3)$$



(a) Réponse spatiale 1D (b) Réponse Spataile 2D

Figure 2. Réponse de la fonction Sinus Cardinale

Nous remarquons bien que cette fonction préserve les points issus de l'image originale car $\text{sinc}(0)=1$ et $\text{sinc}(k\pi) = 0 \quad \forall k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

En revanche, les valeurs de ces pixels contribuent plus ou moins dans le calcul de chaque valeur des nouveaux pixels de l'image agrandie (non issues de l'image originale)

2.2. Interpolation au plus proche voisin

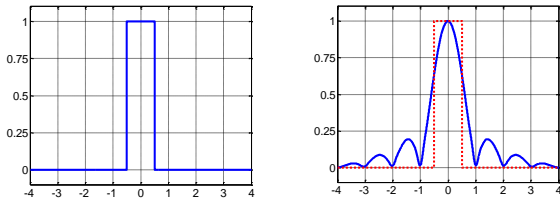
Pareille à la méthode précédente, cette approche commence par l'intercalation des zéros (équation 1).

Le nombre de zéros ajouté entre deux valeurs issues de l'image originale est égale à $a-1$ avec a le facteur d'agrandissement. L'idée de cette approche consiste à remplacer les zéros ajoutés par la valeur du point le plus proche (comme l'indique son nom) ainsi le polynôme d'interpolation utilisé s'écrit sous la forme suivante (équation 4).

$$\begin{cases} h(x) = 1 & \text{si } |x| < \frac{1}{2} \\ h(x) = \frac{1}{2} & \text{si } |x| = \frac{1}{2} \\ h(x) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4)$$

$$H(u) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-2\pi iux} dx = \text{sinc } \pi u \quad (5)$$

Dans les figures ci-dessous (figure 3.a), nous représentons la réponse spatiale alors que la figure 3.b représente le spectre de la fonction d'interpolation (en bleu continu) comparée avec le filtre d'agrandissement idéal (en rouge pointillé)



(a) Réponse Spatiale (b) Spectre
Figure 3. Réponse de la fonction d'interpolation au plus proche voisin

2.3. Interpolation linéaire

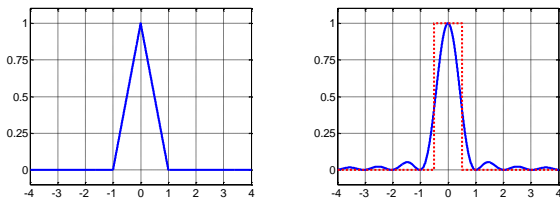
Dans cette approche, nous changeons uniquement le polynôme d'interpolation de la technique du plus proche voisin (équation 4) par un polynôme de degré un dont la formule est présentée dans l'équation 6 et la réponse fréquentielle et formulée dans l'équation 7.

$$\begin{cases} h(x) = 1 - |x| & \text{si } |x| \leq 1 \\ h(x) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6)$$

$$H(u) = \int_{-1}^1 (1 - |x|) e^{-2\pi i u x} dx = \text{sinc}^2 \pi u \quad (7)$$

D'après ces équations, il est clair que chaque valeur du pixel, généré pour agrandir l'image, est dépendante des valeurs de deux pixels les plus proches issus de l'image originale.

La figure 4 illustre la réponse spatiale et fréquentielle du polynôme utilisé.



(a) Réponse Spatiale (b) Spectre
Figure 4. Réponse de la fonction d'interpolation linéaire

2.4. Interpolation quadratique

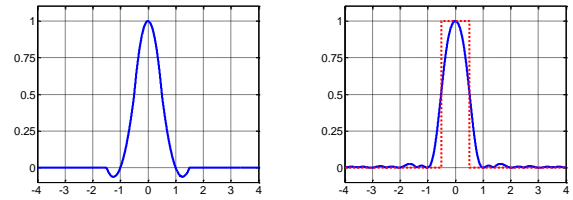
Cette approche est basée sur un polynôme de deuxième degré [DOD 97] qui fait appel aux trois points originaux les plus proches du nouveau point à traiter (l'équation 8).

Ainsi, l'image agrandie n'est autre que le produit de convolution de l'image dilatée par entrelacement de zéros.

$$\begin{cases} h(x) = -2x^2 + 1 & \text{si } |x| \leq \frac{1}{2} \\ h(x) = x^2 - \frac{5}{2}|x| + \frac{3}{2} & \text{si } \frac{1}{2} \leq |x| \leq \frac{3}{2} \\ h(x) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (8)$$

La réponse de cette fonction est présentée dans l'équation 9 :

$$H(u) = \frac{6\text{sinc}\pi u - 6\text{sinc}3\pi u - \cos\pi u + \cos3\pi u}{(2\pi u)^2} \quad (9)$$



(a) Réponse Spatiale (b) Spectre
Figure 5. Réponse de la fonction d'interpolation quadratique

2.5. Interpolation cubique

Contrairement à l'interpolation quadratique, l'interpolation cubique [PAR 83] utilise les valeurs des quatre pixels originaux les plus proches pour calculer la valeur du nouveau point ajouté. L'usage de quatre pixels argumente son polynôme de degrés égaux à trois (l'équation 10)

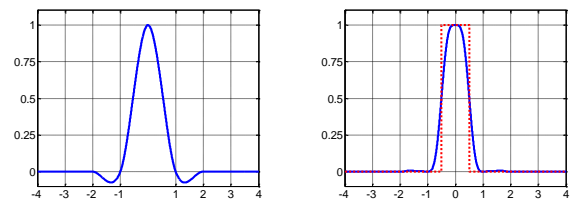
$$\begin{cases} h(x) = (A+2)|x^3| - (A+3)x^2 + 1 & \text{si } |x| \leq 1 \\ h(x) = A(|x^3| - 5x^2 + 8|x| - 4) & \text{si } 1 \leq |x| \leq 2 \\ h(x) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (10)$$

La fonction d'interpolation cubique dépend d'un seul paramètre.

Dans la littérature, A est fixée à (-0.5) pour avoir un meilleur impact visuel sur l'image agrandie. En conséquent, la réponse fréquentielle devient (équation 11)

$$H(u) = \frac{18 - 24 \cos 2\pi u + 6 \cos 4\pi u - \pi u (2\sin 2\pi u - \sin 4\pi u)}{(2\pi u)^4} \quad (11)$$

Les réponses spatiales et fréquentielles de cette fonction d'interpolation sont illustrées dans la figure ci-dessous (figure 6)



(a) Réponse Spatiale (b) Spectre
Figure 6. Réponse de la fonction d'interpolation cubique

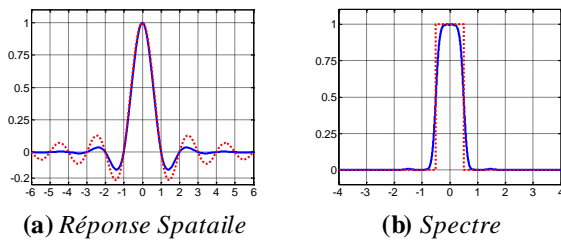
2.6. Interpolation avec la transformée B-spline

La fonction B-spline consiste à lier les points d'une fonction discrète pour avoir une fonction continue [BEJ 05]. Cette conversion numérique analogique présente une courbe lisse qui inclut tous les éléments de la fonction discrète. Cette transformée est fréquemment utilisée en imagerie et spécialement dans le cadre de l'agrandissement des images.

Dans notre approche, nous avons appliqué cette transformation sur l'impulsion de Dirac.

Cette fonction est appelée fonction spline cardinale [THE 00], car elle converge nettement vers la fonction

sinus cardinal. Celle-ci est égale à zéro pour toutes les valeurs entières de x , sauf pour $x = 0$ qui vaut 1.



(a) Réponse Spatiale (b) Spectre
Figure 7. Réponse de la transformation Spline Cardinale

3. Résultats et discussion

Le long de ce travail, nous avons appliqué les différentes techniques d'agrandissement sur une banque de 30 images en niveaux de gris de taille 256×256 (figure 10). Cette banque a subi plusieurs niveaux d'agrandissement selon les facteurs suivant : 2, 4, 8 et 16. Pour mettre en évidence nos résultats, on s'est limité à illustrer l'effet de chaque technique d'agrandissement sur une portion d'une image de test "Découvertes Tunisie 21" (figure 8).

Dans la figure 9.a, nous avons présenté la portion de l'image de test agrandie d'un facteur égale à 8. Dans cet exemple, nous remarquons la présence d'artéfact. En fait, il est bien clair la présence des ondulations aux bords de l'image. En dépit de la préservation exacte du contenu fréquentiel de l'image, cette dernière présente un comportement oscillatoire qui s'accorde avec la fonction sinus cardinal adoptée dans l'interpolation spatiale de l'image originale.

Comme suggestion pour contourner le problème d'ondulation, la technique d'interpolation au plus proche voisin s'est avérée efficace. En revanche, comme l'indique son nom, cette technique affecte au nouveau pixel, introduit à l'image, la valeur du pixel le plus proche. En conséquence, la matrice de l'image agrandie présentera un groupement de pixel de même valeur. Ainsi, comme le montre la figure 9.b, l'effet de pixellisation [LEU 95] sera inévitable et nettement détecté par l'observateur. Ce phénomène de pixellisation s'explique en terme fréquentiel par la présence des lobes importants dans la bande stoppant (figure 3).

Partant du principe de la réduction de la présence des lobes dans la représentation fréquentielle des polynômes d'interpolations, la fonction linéaire et la fonction quadratique (figure 4 et 5), doivent assurer une réduction de l'effet de la pixellisation. Ces résultats attendus sont retrouvés dans notre exemple d'illustration (figure 9.b. et figure 9.c.). Cependant il est à mentionné que l'effet de pixellisation n'est pas complètement supprimé car ses fonctions d'interpolation présente certaines oscillations dans la bande stoppant. Par ailleurs, ces images agrandies présentent un certain floue dans les images agrandies. Nous remarquons que ce floue est plus important dans les images agrandies par la fonction d'interpolation linéaire en comparaison à celle agrandies par la fonction d'interpolation quadratique. En effet, en comparant les bandes passantes de ces deux fonctions (figure 4 et figure 5), il est clair que le polynôme de degrés 2 présente une bande passante plus proche de celle de la fonction d'agrandissement idéale.

Le rapprochement spectral et la réduction des oscillations sont les buts de l'interpolation cubique. Cette dernière technique présente un spectre plus proche du spectre idéal et une réduction des oscillations (figure 6). En conséquent, l'image, agrandie par l'interpolation cubique, (figure 9.e) présente une réduction importante de pixellisation et du floue.

Finalement, la transformation Spline cardinale présente les meilleures performances d'agrandissement [PAR 83]. En effet, l'adoption de cette technique d'agrandissement présente une image agrandie sans floue et sans pixellisation comme l'illustre notre exemple d'évaluation de la figure 9.f. Ce résultat est attendu en connaissant le principe de la fonction Spline [THE 00]. Cette dernière construit une fonction continue lisse à partir de certains échantillons discrets. Dans notre cas, nous avons pris des échantillons spatiaux de la fonction d'agrandissement idéal. À partir de ces valeurs, nous avons construit notre fonction d'interpolation. Ainsi, cette fonction construite, qui se rapproche de la fonction sinus cardinal, nous a permis un agrandissement presque idéal des images.

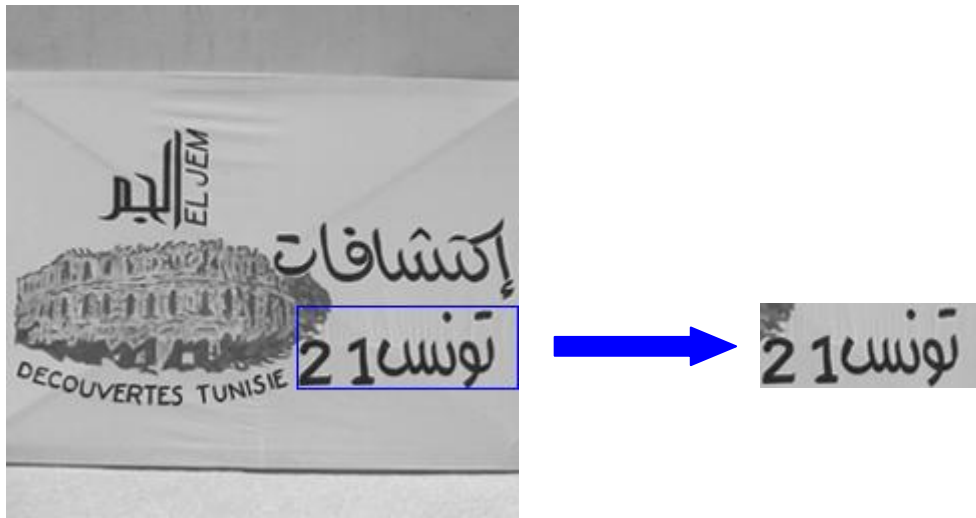


Figure 8. Portion de l'image de test d'évaluation : Découverte Tunisie 21

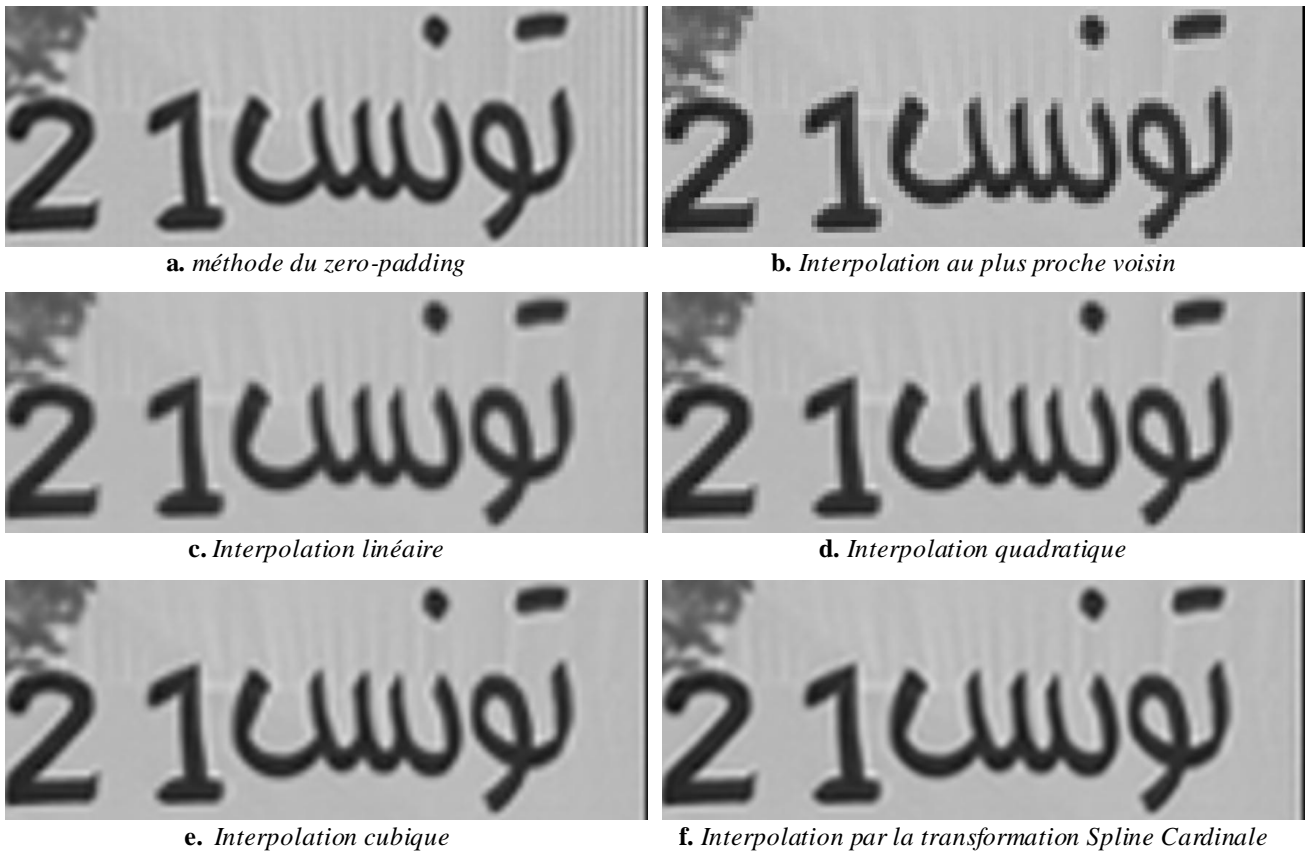


Figure 9. Portion de l'image test agrandie par les techniques en cours d'évaluation



Figure 10. exemple d'images de la banque de test

4. Conclusion

Dans cette étude, nous avons présenté 6 techniques d'agrandissement. Ces techniques essaient d'assurer un maximum de préservation du spectre de l'image originale, partant de ce principe, ils visent à donner des fonctions d'interpolation qui se rapprochent du spectre de la fonction d'agrandissement idéale. L'expérience a montré que le résultat de chaque technique peut être prédit en analysant le spectre de la fonction d'interpolation utilisée. Les résultats obtenus confirment la relation entre le spectre de cette fonction utilisée et ses performances d'agrandissement en termes de présence d'ondulations, de pixellisation et de floue. En effet, la technique du zéro-padding met en évidence l'artefact d'ondulation. D'autre part, la technique du plus proche voisin illustre l'effet de pixellisation alors que la technique d'interpolation linéaire met en relief l'effet du floue. Finalement, comme le spectre de la transformation Spline cardinale se rapproche de celui de la fonction idéale, cette transformation nous procure les meilleurs résultats de cette étude comparative.

RÉFÉRENCES :

- [BEJ 05] A. Bejancu and O. Kounche and H. "Render Cardinal interpolation with biharmonic polysplines on strips", *Journal of Approximation Theory archive*, Volume 137, Issue 1, pp 89 - 107 November 2005.
- [DOD 97] Neil A. Dodgson, "Quadratic Interpolation for Image Resampling", *IEEE Transactions On Image Processing*, Vol. 6, N° 9, pp 1322-1326, September 1997.
- [LEU 95] J. G. Leu, "Image size reduction and enlargement based on circular apertures", *SPIE Visual Communications and Image Processing*, Vol 2501 pp 231-242, May 1995.
- [PAR 83] S. K. Park and R. A. Schowengerdt, "Image reconstruction by parametric cubicconvolution", *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 23(3):258-272, September 1983.
- [PAR 83] J. A. Parker, R. V. Kenyon, and D. E. Troxel, "Comparison of interpolating methods for image resampling.", *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol M1- 2, pp 31-39, March 1983..
- [SCH 73] R. W. Schafer and L. R. Rabiner, "A digital signal processing approach to interpolation.", *Proceedings of the IEEE*, Vol 61, issue 6, pp 692-702, June 1973.
- [THE 00] Philippe Thévenaz, "Interpolation Revisited.", *IEEE TRANSACTIONS ON MEDICAL IMAGING*, VOL. 19, N° 7, JULY 2000. pp 739-758