

# Tenseurs de Diffusion et IRMS de Diffusion

Yazid CHERFA et Assia CHERFA

*Laboratoire LARIM, Dpt. d'Electronique / Université de Blida, Algérie*

**Cherfa\_yazid@Yahoo.fr**

**Assia\_bz@Yahoo.fr**

**Résumé :** Dans cet article, nous nous sommes intéressés à l'estimation de la diffusion des molécules d'eau dans les IRMs de diffusion, en utilisant comme outil les tenseurs de diffusion. Dans les milieux organiques, les microstructures des tissus tels que les membranes cytoplasmiques, la myéline, le cytosquelette ou les organites cellulaires constituent des obstacles physiques qui entravent la mobilité des molécules d'eau. La diffusion est plus grande dans les fibres qui constituent la matière blanche. La diffusion permet donc de reconstituer la structure fibreuse de la matière blanche et de déceler d'éventuelles pathologies. Nous avons appliqué certaines mesures sur des IRM pour déterminer la direction principale des fibres.

**Mots clés :** Vision par ordinateur, IRM de diffusion, Tenseur de diffusion.

## INTRODUCTION

Un certain nombre de pathologies cérébrales neurodégénératives telles que la sclérose en plaques, la maladie d'Alzheimer, ou les tumeurs sont étroitement liées à la dégénérescence de la matière blanche du cerveau. Il est donc crucial de pouvoir accéder à l'état des connexions nerveuses afin de pouvoir évaluer le degré d'avancement d'une maladie, l'efficacité d'un traitement ou encore les dégâts occasionnés par une tumeur. Le cerveau est un grand centre de traitement avec une organisation bien spécifique : les zones de traitement de l'information se situent dans le cortex c'est à dire à la périphérie du cerveau et au niveau des noyaux (substance grise). C'est dans cette zone que se trouvent les neurones. Les zones sont reliées entre elles par le biais de fibres nerveuses, faites d'axones et de dendrites constituant la matière blanche. Par exemple, l'information traitée dans la zone visuelle du cortex est acheminée vers la zone mémoire par un certain chemin nerveux dans le processus de reconnaissance d'un visage. La substance blanche est finalement faite d'un ensemble de faisceaux de fibres reliant les zones corticales les unes avec les autres. C'est pour cela que l'étude de ces connexions fascine depuis longtemps les neuroanatomistes: leur intégrité est intimement liée au bon fonctionnement du cerveau.

L'IRM classique est une méthode non invasive donnant accès aux structures cérébrales du cerveau (substance blanche, substance grise et fluide cortico-spinal). Cependant, la substance blanche garde un aspect homogène, sa couleur provenant du blanc des gaines de myéline protégeant les axones et les dendrites, il est alors impossible avec une IRM classique d'obtenir une information sur la structure même de la substance blanche.

Des méthodes invasives à base de traceurs chimiques ont été utilisées pour observer les structures fibreuses chez le chat et le singe, mais rien n'était disponible pour les neuroanatomistes pour accéder à ces informations in vivo. L'IRM de diffusion se positionne donc comme l'unique méthode capable de renseigner les neuroanatomistes quant à la structure même des connexions neuronales.

Dans cet article, nous présentons la méthode de détection de la direction principale des fibres à partir d'IRM de diffusion en utilisant comme outil les tenseurs de diffusion.

## 1. L'IRM de diffusion

L'IRM de diffusion se positionne donc comme l'unique méthode capable de renseigner les neuroanatomistes quant à la structure même des connexions neuronales. Cette technique d'imagerie a souffert à ses débuts de limitations techniques (qualité

des images, temps d'acquisition) ; mais les progrès réalisés ces dernières années en terme de procédure d'acquisition et de physique des imageurs, lui a permis d'occuper une place de plus en plus importante, pour finalement devenir une modalité très utilisée dans le milieu clinique.

L'IRM de diffusion permet de quantifier la diffusion des molécules d'eau dans des tissus biologiques comme le cerveau ou les muscles. Le phénomène de diffusion est un effet macroscopique, résultant d'un mouvement aléatoire de ces molécules. Toute particule microscopique subit constamment un mouvement de rotation et de translation, dépendant de son énergie thermique. Ce mouvement est mieux connu sous le nom de mouvement brownien. Le concept de base en diffusion est que le mouvement brownien des molécules d'eau est influencé par les structures biologiques internes, et leur architecture au niveau microscopique. La diffusion est le phénomène observé au niveau macroscopique. L'effet de diffusion sur l'amplitude d'un écho de spin dans un champ de gradient statique fut d'abord observé par Hahn [HAN 50] puis analysé par Carr et Purcell [CAR 54].

En IRM de diffusion, l'hypothèse faite est que les molécules d'eau tendent à diffuser de manière plus importante le long des structures orientées, comme les faisceaux de fibres. Ainsi, s'il est concevable de mesurer la diffusion de l'eau dans plusieurs directions de l'espace, il est donc possible de retrouver avec une précision dépendant du nombre de directions choisies, les directions des structures microscopiques, c'est-à-dire des fibres nerveuses.

## 2. Les tenseurs de diffusion

### 2.1. Notion de tenseur de diffusion

Le calcul vectoriel classique est une technique simple et efficace qui s'adapte parfaitement à l'étude des propriétés mécaniques et physiques de la matière dans l'espace euclidien à trois dimensions. Cependant, dans de nombreux domaines de la physique (mécanique des milieux continus, fluides ou solides, électromagnétisme, relativité générale, etc.), il apparaît des grandeurs expérimentales qui ne peuvent plus être facilement représentées par de simples vecteurs colonnes d'espaces vectoriels euclidiens.

Pour cela, la notion de tenseur, qui est une généralisation de la notion de vecteur, a été introduite.

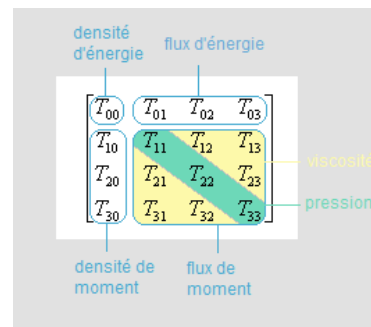


Figure 1. Tenseur d'énergie.

Les tenseurs sont utilisés pour désigner les tiraillements et les tensions que subissent les surfaces d'un solide comprimé ou dilaté. Il s'agit d'un simple tableau, contenant des opérateurs où sont rangées les composantes des tensions, selon chaque direction. L'un des tenseurs utilisé est le tenseur d'énergie-impulsion (figure 1).

Les tenseurs sont utilisés en IRM de diffusion pour étudier la diffusion des molécules d'eau dans les tissus cérébraux et obtenir des informations sur la structure de la substance blanche. P. Basser [BAS 94][BAS 96][BAS 00][6 BAS 02], Le Bihan [CLA 00][DAR 01][BIH 93][BIH 01][POU 00] et C. Pierpaoli [PIE 96a][PIE 96b] [PAJ 99] ont introduit le formalisme de la « Diffusion Tenseur (DT) » connu comme le DT-MRI. P. Basser a proposé de caractériser la dépendance d'orientation de la diffusion par un tenseur auto diffuseur, fourni par un tenseur 3\*3 positif D, et l'estimer directement sur la base des intensités du signal. C. Pierpaoli a introduit les notions quantitatives de tenseur de diffusion. Cependant, d'autres méthodes sont utilisées: champ de Markov [Gem 84], par Diffusion Spectrum Imaging (DSI) [WED 00], par Q-ball [TUC 04] et par Fast Marching [SET 98].

Le tenseur de diffusion permet de caractériser pour chaque voxel, l'ellipsoïde définissant localement la diffusion des molécules d'eau, permettant ainsi d'inférer l'orientation préférentielle des molécules d'eau à partir de la mesure du coefficient de diffusion apparent (ADC), obtenue dans les directions du gradient de diffusion [BAS 94][BAS 00]

Pour avoir suffisamment d'informations pour estimer un tenseur, il est nécessaire d'appliquer des gradients de diffusion dans différentes directions, au minimum six directions, non-colinéaires et non-coplanaires, par exemple en xx, yy, zz, xy, xz et yz. Cette matrice est symétrique, car la diffusion est identique selon l'axe xy et yx, et peut être caractérisée par six vecteurs, qui sont dépendants des directions de gradients choisies.

Une matrice représentant ces coefficients est obtenue pour chaque voxel de l'image :

$$\begin{pmatrix} ADC_{xx} & ADC_{yx} & ADC_{zx} \\ ADC_{xy} & ADC_{yy} & ADC_{zy} \\ ADC_{xz} & ADC_{yz} & ADC_{zz} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Cette matrice résume l'atténuation du signal en fonction de la direction des gradients appliqués.

Dans chaque voxel, un nouveau système de coordonnées uniques d'ellipsoïde  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ , peut être déterminé avec comme axes principaux les axes majeurs et mineurs de l'ellipsoïde. Le tenseur de diffusion dans ce nouveau référentiel est diagonal. La diagonalisation de la matrice du tenseur permet de reformuler l'équation du produit tensoriel dans une base propre de vecteurs propres et de valeurs propres  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  (Figure 2). Les valeurs et l'orientation de  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  sont indépendants des gradients de diffusion appliqués et de l'orientation des tissus dans l'IRM.

La direction des vecteurs propres correspond aux directions dans lesquelles les processus de diffusion sont les plus importants et les plus décorrélés pour chaque voxel. Elles sont classées par ordre décroissant ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ). La diffusion des molécules d'eau est maximale le long de la direction parallèle au vecteur  $\vec{e}_1$ . Ce vecteur est le vecteur propre principal et représente l'orientation principale de la diffusion au sein du voxel. Un tenseur peut être représenté par une ellipsoïde, dont les trois axes principaux sont donnés par les vecteurs propres du tenseur, et dont les rayons correspondent aux valeurs propres. L'interprétation de l'ellipsoïde est alors relativement intuitive: plus elle est effilée, plus la diffusion est anisotrope, et plus elle est volumineuse, plus la diffusion est rapide. Cette représentation est certes sommaire, mais est une image fidèle du champ de tenseur reconstruit; ainsi, elle est un outil intéressant pour ce type d'imagerie, en particulier pour estimer visuellement la quantité de bruit du champ de tenseur, ou encore pour développer d'autres modalités de visualisation.

En revanche, par souci de lisibilité des images, on ne peut représenter que de petites régions d'intérêts avec des ellipsoïdes. Cette technique est donc peu adaptée à des applications cliniques, où il est bon de pouvoir localiser rapidement et avec précision les régions observées.

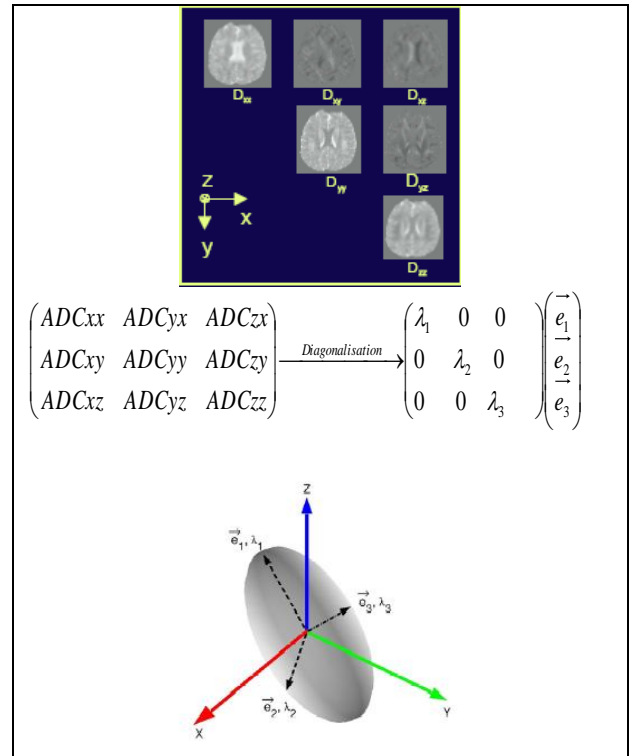


Figure 2. Diagonalisation de la matrice des tenseurs.

## 2.2. Paramètres dérivés du tenseur de diffusion

Un certain nombre de paramètres quantitatifs peuvent être déduits du tenseur de diffusion.

### 2.2.1. Diffusion moyenne $\langle D \rangle$

C'est la somme des ADC obtenus dans les directions xx, yy, zz (trace) divisée par trois:

$$\begin{aligned} \langle D \rangle &= (ADC_{xx} + ADC_{yy} + ADC_{zz})/3 \\ &= (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)/3 = \langle \lambda \rangle \end{aligned} \quad (2)$$

Ce paramètre est extrêmement homogène dans le tissu cérébral, y compris dans des régions de structure très variable, comme la substance blanche et la substance grise, de même qu'entre les individus. Plus généralement, il est notable que les valeurs de diffusion moyenne dans le tissu cérébral de différentes espèces de mammifères sont très similaires. Sur le plan clinique, de faibles déviations des valeurs normales sont statistiquement significatives, ce qui rend ce paramètre très sensible à la détection d'anomalies tissulaires. De plus, ce paramètre correspond à une moyenne de la diffusion dans les différentes directions, ce qui lui donne un faible niveau de bruit.

### 2.2.2. Indice d'anisotropie

De multiples indices d'anisotropie ont été proposés (Pierpaoli et Basser, 1996; Pierpaoli et al, 1996) [5, 7, 8]. Un indice d'anisotropie doit être quantitatif et indépendant de l'orientation des gradients, de la position de la tête des patients, du système de

référentiel du laboratoire. Les indices d'anisotropie les plus intuitifs sont représentés par les rapports de  $\lambda_1/\lambda_3$  ou de  $\lambda_1/(\lambda_2+\lambda_3)$ . Cependant ces rapports nécessitent le classement de  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , ce qui peut créer des biais statistiques et une forte sensibilité au bruit, notamment pour les valeurs d'anisotropie faibles.

D'autres paramètres d'anisotropie ne nécessitent pas le classement de  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , comme le Volume Ratio (VR), qui correspond au rapport entre le volume de l'ellipsoïde ( $\lambda_1.\lambda_2.\lambda_3$ ) et le volume de la sphère  $(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^3$ .

$$VR = (\lambda_1.\lambda_2.\lambda_3)/(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^3 \quad (3)$$

Ainsi, si la diffusion est isotrope,  $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3$ , le VR est égal à 1 et si la diffusion est anisotrope, avec  $\lambda_1 \gg \lambda_2 \sim \lambda_3$ , l'ellipsoïde s'allonge et son volume diminue, alors le VR diminue.

L'anisotropie fractionnaire évalue la fraction de la norme du tenseur attribuée à la diffusion isotrope et s'exprime comme la variance normalisée des valeurs propres du tenseur de diffusion.

Soit  $\lambda_i$  ( $i = \{1, 2, 3\}$ ) les valeurs propres du tenseur D. Soit  $\bar{\lambda}$  la moyenne des valeurs propres. Le coefficient AF d'écrit :

$$AF = \sqrt{\frac{3}{2} \left( \frac{(\lambda_1 - \bar{\lambda})^2 + (\lambda_2 - \bar{\lambda})^2 + (\lambda_3 - \bar{\lambda})^2}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i^2} \right)} \quad (4)$$

Le coefficient (3/2) est un coefficient de normalisation pour que le coefficient AF soit compris entre 0 et 1 (0 pour un tenseur isotrope, 1 pour un tenseur anisotrope).

AF proche de 1 signale une région où la diffusion est très rapide dans une direction privilégiée au détriment des autres. L'AF permet la détection et le suivi de certaines anomalies engendrant des modifications sur la diffusion des particules d'eau dans les tissus.

Un avantage du coefficient AF est qu'il peut être calculé sans décomposition spectrale de D.

En écrivant que :

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i^2 = \text{trace}(D^2) \quad (5)$$

On a :

$$AF = \sqrt{\frac{3}{2} \left( 1 - \frac{\text{trace}(D)^2}{3\text{trace}(D^2)} \right)} \quad (6)$$

Ce qui rend le calcul de AF indépendant de la décomposition spectrale, et ainsi rapide et moins sensible aux erreurs d'estimation dues au bruit dans les images.

D'autres coefficients d'anisotropie ont été développés, mais l'AF est de loin le plus utilisé en IRMd.

### 2.3. Calcul des paramètres

Pour calculer la diffusion moyenne, et l'anisotropie fractionnaire, nous devons diagonaliser la matrice correspondant aux images de diffusion, et donc estimer les valeurs et vecteurs propres. Plusieurs algorithmes ont été proposés dans la littérature, et nous avons utilisé dans notre cas le procédé de Gram-Schmidt. En algèbre linéaire, ce procédé est une méthode pour orthonormaliser une famille libre de vecteur d'un espace vectoriel, muni d'un produit scalaire.

A partir d'une famille libre  $(v_1, v_2, \dots, v_n)$ , on construit une famille orthonormale  $(e_1, e_2, \dots, e_n)$  qui engendre les mêmes espaces vectoriels successifs :

Pour tout  $j < n$  :

$$F_j = \text{Vect}(e_1, e_2, \dots, e_j) = \text{Vect}(v_1, v_2, \dots, v_j) \quad (7)$$

L'étape générale de l'algorithme consiste à soustraire au vecteur  $v_{j+1}$  sa projection orthogonale sur l'espace  $F_j$ . On s'appuie sur la famille orthonormale déjà construite pour le calcul de projection. Le procédé peut également être appliquée à une famille libre de vecteurs indexés par  $\mathbb{N}$ .

$$\text{proj}_u v = \frac{\langle u, v \rangle}{\langle u, u \rangle} u. \quad (8)$$

Le procédé de Gram-Schmidt donne alors :

$$u_1 = v_1, \quad e_1 = \frac{u_1}{\|u_1\|} \quad (9)$$

$$u_2 = v_2 - \text{proj}_{u_1} v_2, \quad e_2 = \frac{u_2}{\|u_2\|} \quad (10)$$

$$u_3 = v_3 - \text{proj}_{u_1} v_3 - \text{proj}_{u_2} v_3, \quad e_3 = \frac{u_3}{\|u_3\|} \quad (11)$$

$$u_k = v_k - \sum_{j=1}^{k-1} \text{proj}_{u_j} v_k, e_k = \frac{u_k}{\|u_k\|} \quad (12)$$

$u_1, u_2, u_3, \dots, u_k$  sont les vecteurs orthogonalisés.

$e_1, e_2, \dots, e_k$  sont les vecteurs orthonormalisés.

Cet algorithme converge rapidement vers les valeurs propres avec une bonne précision.

### 3. Applications

Nous avons appliqué les différents outils sur des images IRMd de deux patients P1 et P2. Nous avons pour P1 : la coupe coronale 25 (figure3 (a)), la coupe axiale 65, la coupe sagittale 65 et pour P2: la coupe coronale 30 (figure3 (b)), la coupe axiale 50, la coupe sagittale 60. Pour chaque patient, nous avons 6 images avec les trois coupes (coronale, axiale, sagittale) selon les directions: XX, YY, ZZ, XY, XZ, YZ. Nous avons appliqué la notion de tenseur sur les d'images d'IRMd, pour déterminer les paramètres quantitatifs tels que l'anisotropie fractionnaire (figure 3 (c) et (d)), dérivés du tenseur de diffusion. Après un codage des vecteurs propres associés aux valeurs propres en 3 couleurs:

- Rouge pour la composante en x;
- Vert pour la composante en y;
- Bleu pour la composante en z.

Nous obtenons une carte couleur (figure 3 (e) et (f))

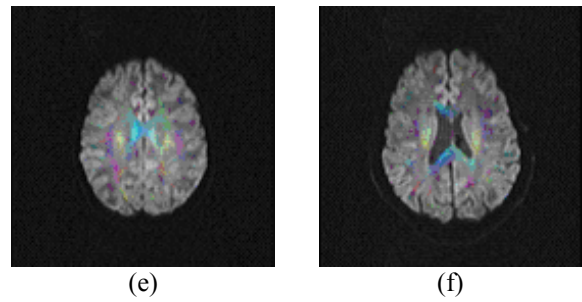
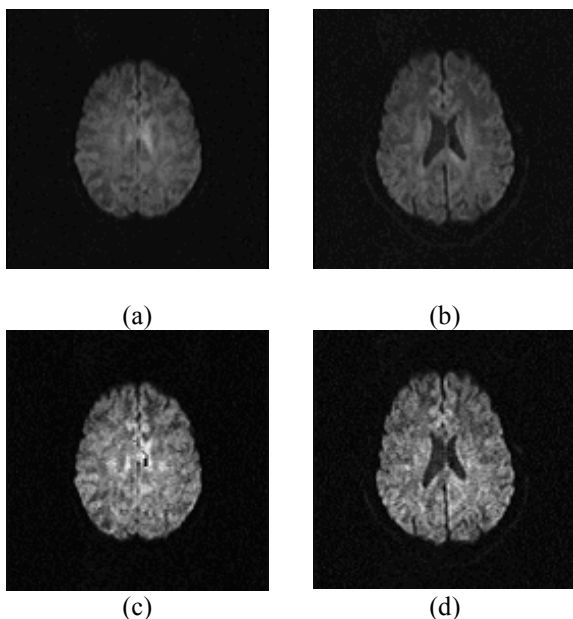


Figure 3. Diffusion moyenne de : (a) P1, (b) P2  
Anisotropie fractionnaire de : (c) P1, (d) P2  
Direction principale de diffusion de : (e) P1, (f) P2

### 4. Discussion

A partir de la figure 3 nous pouvons faire quelques remarques :

- il y a une plus forte présence de fibres dans la direction Z autour du LCR;
- il y a quelques réseaux dans la direction X que l'on retrouve sur les deux images;
- on trouve des fibres dans la direction Y chez le patient 1 que l'on ne retrouve pas chez le patient 2. Cependant, pour savoir s'il y a une pathologie qui a provoquée la rupture ou la dégénérescence de certaines fibres, il est nécessaire de disposer d'une expertise médicale et d'un nombre plus important d'images sans et avec pathologies.

### 5. Conclusion

Le tenseur de diffusion est une technique d'imagerie très avancée, qui permet d'accéder aux structures internes du cerveau. Les résultats de cet outil donne une simplicité dans l'étude de la connectivité neuronale. Il permet de constater les dégâts occasionnés par une pathologie (les tumeurs, la maladie d'alzheimer ou de Cadasil ...), et d'évaluer le degré d'avancement des tissus détériorés par rapport aux tissus sains, ce qui rend plus efficace l'aide au diagnostic dans le traitement de la pathologie. La reconstruction 3D des images obtenues permet de reconstituer le réseau de fibres. Le problème essentiel rencontré dans ce domaine est le croisement des fibres. Il existe de nouvelles techniques, comme le « Fiber tracking », ou le Q-Ball, qui étudient le problème de croisement des fibres.

### Bibliographie

- [BAS 94] Basser P., Mattiello J., and Le Bihan D., "Estimation of the effective self-diffusion-tensor from the NMR spin echo", J Magnetic Resonance Medicine 103,247-254,1994.
- [BAS 96] Basser P.J. and C. Pierpaoli, "Microstructural and physiological features of tissues elucidated by quantitative-diffusion-tensor mri", Journal of magnetic Resonance, 111 :209-219, 1996.
- [BAS 00] Basser P.J., Pajevic S., Pierpaoli C., Duda J., and Aldroubi A., "In vivo fiber tracto-graphy using dt-mri

- data*", Magnetic Resonance in Medicine, 44 :625-632, 2000.
- [BAS 02] Basser P.J., Jones D.K.," *Diffusion-tensor MRI: theory, experimental design and data analysis* ", a technical review, NMR Biomed, 15,456-467, 2002.
- [BIH 93] Le Bihan D., Turner R., and Douek P. "*Is water diffusion restricted in human brain white matter? An echo-planar NMR imaging study*", Neuroreport 4, 887-890, 1993.
- [BIH 01] Le Bihan D., Mangin J. F., Poupon C., Clark, C. A., Pappata S., Molko N., and Chabriat H., "*Diffusion tensor imaging: concepts and applications*", J Magnetic Resonance Medicine 13, 534-546, 2001.
- [CAR 54] Carr H. Y., and Purcell E. M .),"*Effects of diffusion on free precession in nuclear magnetic resonance experiments*", Physical Review 94, 630-639,1954.
- [CLA 00] Clark C. A. and Le Bihan D. "*Water diffusion compartmentation and anisotropy at high b values in the human brain*", Magnetic Resonance in Medicine 44, 852-859, 2000.
- [DAR 01] Darquie A., Poline J. B., Poupon C., Saint-Jalmes H., and Le Bihan D." *Transient decrease in water diffusion observed in human occipital cortex during visual stimulation*",. Proc Natl Acad Sci U S A 98, 9391-9395, 2001.
- [GEM 84] Geman & Geman," *Article Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images*", I.E.E.E. Trans. on Pattern Analysis, 6:721-741, 1984.
- [HAN 50] Hahn E. L., " Spin echoes", Physical Review 80, 580-594, 1950.
- [PAJ 99] Pajevic S., and Pierpaoli C. ," *Color schemes to represent the orientation of anisotropic tissues from diffusion tensor data: application to white matter fiber tract mapping in the human brain*", Magnetic Resonance Medicine 42, 526-540, 1999.
- [PIE 96a] Pierpaoli C., and Basser P. J.,"*Toward a quantitative assessment of diffusion anisotropy*". Magnetic Resonance Medicine 36, 893-906,1996.
- [PIE 96b] Pierpaoli C., Jezzard P., Basser P. J., Barnett A., and Di Chiro G.," *Diffusion tensor MR imaging of the human brain*", Radiology 201, 637-648,1996.
- [POU 00] Poupon C., Clark C. A., Frouin V., Regis J., Bloch I., Le Bihan D. and Mangin J.,"*Regularization of diffusion-based direction maps for the tracking of brain white matter fascicles*", Neuroimage 12, 184-195, 2000.
- [SET 98] Sethian J. A.,"*Fast Marching Methods*", University of California, Berkeley 94720. November 11, 1998.
- [TUC 04] Tuch D. S.,"*Diffusion MRI of Complex Tissue Structure*", Massachussets Institute of technology, January, 2002.Article Q-Ball imaging, Magnetic resonance in Medicine, 52:1358-1372, 2004.
- [WED 00] Wedeen V.J., Reese T.G., Tuch D.S., Wiegell M. R., Weisskoff T.G., and Chessler D.,"*Mapping fiber orientation spectra in cerebral white matter with fourier-transform diffusion mri*". In Proceedings of 8th Annual Meeting ISMRM, Denver, page 82, 2000.