

Détection des ondes de fuite dans les matériaux piézoélectriques

D. Benatia^{*}, T. Fortaki^{*} et M. Benslama^{**}

^{*} *Département d'électronique, Université de Batna, Algérie*

dj_benatia@yahoo.fr

t_fortaki@yahoo.fr

^{**} *Département d'électronique, Université de Constantine, Algérie*

malekbenslama@hotmail.com

Résumé: Dans ce papier, nous nous intéressons à la détection des ondes de fuite dans les matériaux piézoélectriques. Nous allons montrer que le comportement du coefficient d'atténuation et de la vitesse acoustique permet de révéler l'existence de ces ondes et par conséquent nous pouvons les éviter ou les provoquer tout dépend du domaine d'application voulu. Dans le cas des ondes de fuite on retrouve leurs applications dans les structures rayonnantes.

Mots clés : Dispositif piézoélectrique, Micro-ondes acoustiques, Ondes de fuite, Structures rayonnantes.

Introduction

Dans ce travail, nous proposons une méthode simple et efficace pour l'identification des ondes de fuite lors de la propagation des micro-ondes acoustiques dans les matériaux piézoélectriques [Benatia 00] [Fusero 02]. Il est à noter que ces ondes ont une importance majeure dans la conception de nouvelles structures de radiation électromagnétiques telles que les Antennes [Peixeiro 1992] [Clenet 1998] [Wang 1995].

Certains matériaux, lorsqu'ils sont déformés, deviennent polarisés électriquement. Cet effet est connu sous le nom de piézoélectricité (Figure 1).

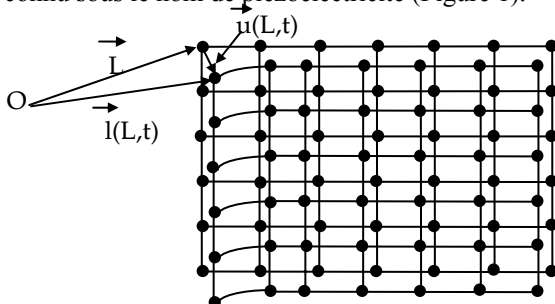


Figure 1. Positions des particules du cristal.

Où \vec{l} : Vecteur position de la particule avant déformation.

$\vec{l}(L, t)$: Vecteur position de la particule après déformation.

Alors le déplacement de la particule matérielle est décrit par le champ élastique tel que :

$$\vec{U}(L, t) = \vec{l}(L, t) - \vec{l} \quad (1)$$

1. Relations fondamentales

L'induction électrique D et le champ électrique E dans les matériaux piézoélectriques sont liés par :

$$D = \epsilon \cdot E + e^T \cdot S \quad (2)$$

Où ϵ : est la permittivité du milieu (F/m)

e : tenseur de piézoélectricité

S : tenseur de déformation ($S_{ij} = 1/2[\partial U_i / \partial X_j + \partial U_j / \partial X_i]$)

La polarisation électrique du milieu sous l'effet de déformation, implique également la création de contraintes sous l'effet d'un champ électrique extérieur. Cette contrainte est alors :

$$T = C \cdot S - e \cdot E \quad (3)$$

Où C : représente la constante élastique (N/m²)

2. Onde piézoélectrique

Le signal à traiter est appliqué aux électrodes du transducteur qui engendre à son tour des déformations (compression et dilatation), ainsi une onde piézoélectrique prend naissance et se propage dans la direction X_1 (Figure 2).

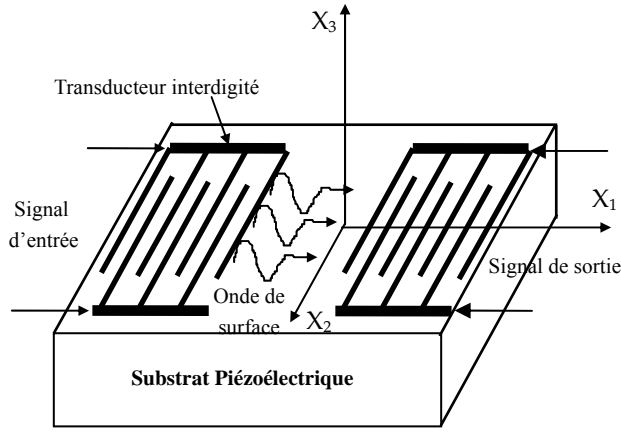


Figure 2. Excitation du matériau piézoélectrique (de Coupe X₃-X₁) par un transducteur interdigité.

3. Equations tensorielles piézoélectriques

Sous une forme tensorielle la contrainte et l'induction électrique sont définis comme suit :

$$T_{ij} = C_{ijkl} \cdot S_{kl} - e_{kij} \cdot E_k \quad (4)$$

$$D_i = e_{jkl} \cdot S_{kl} + \epsilon_{ik} \cdot E_k \quad (5)$$

Avec : i,j,k,l=1,2,3.

Dans l'approximation quasi-statique, les équations de Maxwell se réduisent à l'équation de Poisson :

$$\text{div. } \vec{D} = \frac{\partial D_i}{\partial X_i} = 0 \quad (6)$$

Le mouvement des particules sous l'action des contraintes, est décrit par l'équation de Newton :

$$\nabla T = \rho \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (7)$$

En substituant les équations (4) et (5) dans les équations (6) et (7), nous aurons les équations phénoménologiques tensorielles piézoélectriques :

$$C_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_i \partial X_j} + e_{lij} \frac{\partial^2 U_4}{\partial X_k \partial X_i} = \rho \frac{\partial^2 U_j}{\partial t^2} \quad (8)$$

$$e_{ikl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_i \partial X_j} - \epsilon_{ik} \frac{\partial^2 U_4}{\partial X_k \partial X_i} = 0 \quad (9)$$

4. Forme générale de la solution

La solution générale pour le déplacement et le potentiel électrique dans ce milieu est :

$$U_i = u_i \exp(j \beta \cdot \alpha_i X_3) \cdot \exp - j(\omega \cdot t - \beta \cdot X_1) \quad (10)$$

Où u_i (i=1,2,3) sont les amplitudes de déplacement, u_i (i=4) représente l'amplitude du potentiel électrique, β est la constante de propagation, α_i sont les coefficients d'atténuation de l'onde à l'intérieur du cristal piézoélectrique (axe des X₃ (Figure 2)) et ω est la pulsation angulaire.

Les solutions de ce type d'ondes correspondent à des ondes qui se propagent avec ou sans atténuation suivant la direction X₁. les déplacements élastiques U_i et le potentiel électrique U₄ peuvent varier suivant la direction normale à la surface plane (X₃), mais sont invariant suivant X₂ (Figure 2).

En substituant l'équation (12) dans l'équation (10) et (11), nous obtenons ce système :

$$[A][U] = [0] \quad (11)$$

Où [A] est une matrice symétrique 4x4

$$[U] = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T \text{ Composantes à déterminer}$$

Le développement du déterminant de [A] donne en générale, un polynôme du 8^{ème} ordre :

$$\text{Det}(A) = \sum_{i=0}^8 B_i \cdot \alpha^i = 0 \quad (12)$$

Ce polynôme est appelé équation de dispersion ou équation séculaire.

La solution de l'équation (12) donne pour chaque β (β=2.π.f/Vs : constante de propagation) huit racines. Ces racines sont en fonction de Vs (vitesse acoustique). Chaque racine engendre trois composantes déplacements de la particule et un potentiel électrique. Donc, la solution générale est une combinaison de huit racines (8 ondes secondaires) donnée par cette expression :

$$U_i = \sum_{n=1}^8 C_n \cdot D_i^n \cdot \exp\{j\beta \alpha^n X_3 + j\beta X_1 - j\omega t\} \quad i=1,4 \quad (13)$$

Où D_iⁿ sont les composantes du vecteur propre du système (11) associées à la valeur propre αⁿ

C_n : constante à déterminer par les conditions aux limites.

5. Comportement des racines de l'équation séculaire

Le comportement des racines dépend de la vitesse acoustique Vs. A une vitesse inférieure à la vitesse basse transverse de volume dans le milieu, toutes les racines sont complexes et conjuguées deux à deux :

$$\alpha^{(1)} = \alpha_{re}^{(1)} + j\alpha_{im}^{(1)} \text{ et } \alpha^{(2)} = \alpha_{re}^{(2)} - j\alpha_{im}^{(2)}$$

Où α_{re}^(j) = α_{re}^(j+1) et α_{im}^(j) = α_{im}^(j+1) avec j=1,3,5,7

Cela correspond à l'onde partielle :

$$U_i^{(1)} \approx \exp[j\beta \alpha_{re}^{(1)} X_3 - \beta \alpha_{im}^{(1)} X_3] \cdot \exp(j\beta X_1) \quad (14)$$

$$U_i^{(2)} \approx \exp[j\beta \alpha_{re}^{(2)} X_3 + \beta \alpha_{im}^{(2)} X_3] \cdot \exp(j\beta X_1) \quad (15)$$

Après développement on aura :

$$U_i^{(1)} \approx \exp[-\beta \alpha_{im}^{(1)} X_3] \cdot \exp j\beta [\alpha_{re}^{(1)} X_3 + X_1] \quad (16)$$

$$U_i^{(2)} \approx \exp[+\beta \cdot \alpha_{im}^{(2)} \cdot X_3] \cdot \exp j \cdot \beta [\alpha_{re}^{(2)} \cdot X_3 + X_1] \quad (17)$$

Les ondes partielles $U_i^{(1)}$ et $U_i^{(2)}$, ce sont des ondes qui se propagent suivant la direction donnée par le plan X_1 et X_3 et s'atténuent suivant X_3 .

Dans le cas de $U_i^{(1)}$, la direction de propagation est dans le plan (X_1, X_3) et quand X_3 tend vers $-\infty$ (espace piézoélectrique) alors $U_i^{(1)}$ tend vers $+\infty$ (divergence). Dans le cas de la propagation dans le plan (X_1, X_3) , celle-ci tend vers zéro quand X_3 tend vers $-\infty$.

Donc seules les racines à partie imaginaire négative sont acceptables ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ et α_4). Ce mode correspond au mode de surface ou mode de Rayleigh (Figure 3).

Pour des vitesses supérieures, certaines racines sont réelles c.-à-d. :

$$U_i^{(1)} \approx \exp j \cdot \beta [\alpha_{re}^{(1)} \cdot X_3 + X_1] \quad (18)$$

$$U_i^{(2)} \approx \exp j \cdot \beta [\alpha_{re}^{(2)} \cdot X_3 + X_1] \quad (19)$$

Si $\alpha_{re}^{(i)} > 0$, on aura les ondes de fuite (rayonnements électromagnétiques hors du cristal (Figure 4)).

Ceci est valable pour tout $\alpha_{re}^{(i)}$ ($i=1..8$) tant que $\alpha_{im}^{(i)} = 0$.

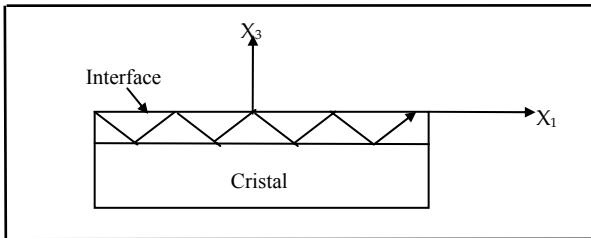


Figure 3. Onde de surface.

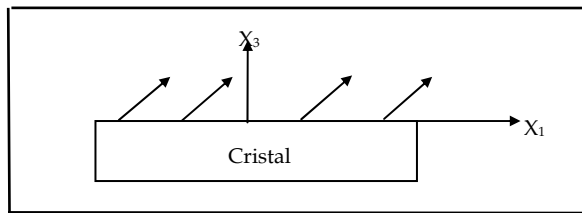


Figure 4. Ondes de fuite.

6. Application sur le LiNbO₃ (Niobate de Lithium) coupe Y-X (Y=X₃ et X=X₁)

Dans cet exemple, on montre les variations des parties réelles et imaginaires des coefficients d'atténuation α_3 et α_4 en fonction de la vitesse acoustique Vs (Figure 5, Figure 6). Sur ces figures, nous allons indiquer la présence des ondes de fuite (parties réelles positives aux parties imaginaires nulles).

Remarque :

Il n'y a pas d'ondes de fuite au niveau des coefficients d'atténuation α_1 et α_2 .

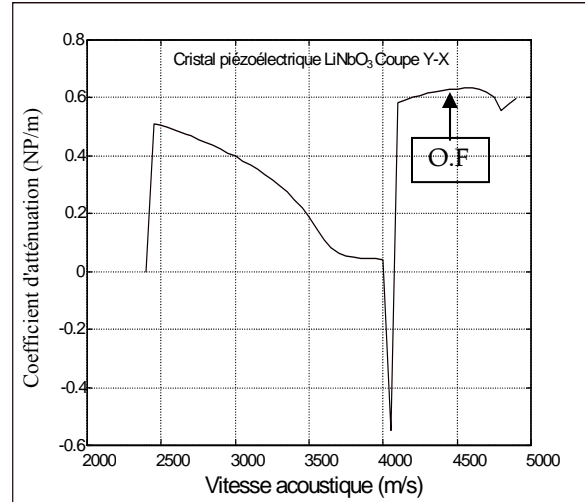


Figure 5a. Partie réelle de α_3

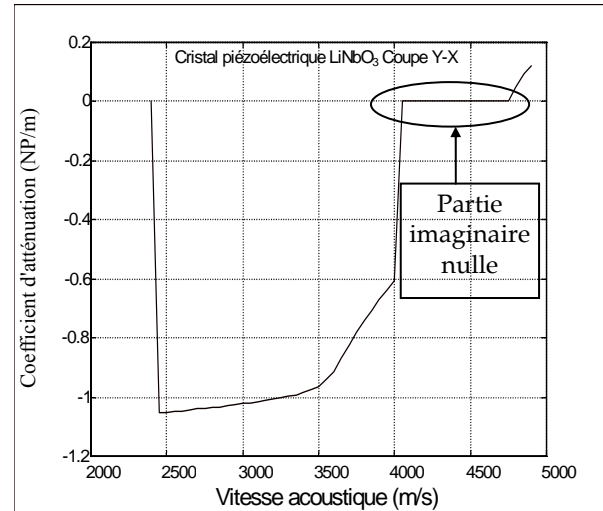


Figure 5b. Partie imaginaire de α_3

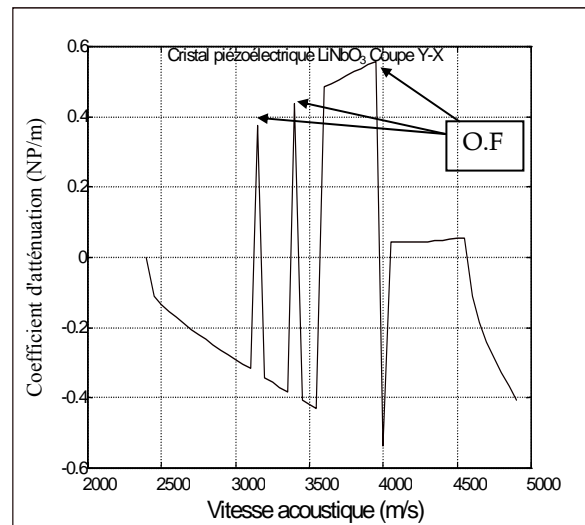


Figure 6a. Partie réelle de α_4

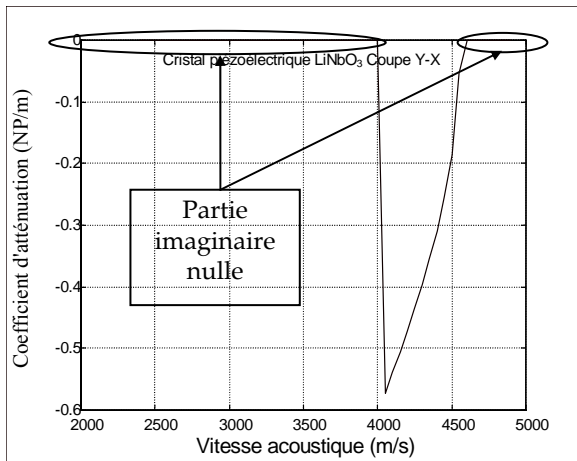


Figure 6b. Partie imaginaire de α_4

8. Conclusion

Dans cet article, nous avons expliqué le phénomène des ondes de fuites en nous appuyons sur des résultats numériques au niveau des coefficients d'atténuations. Les variations des parties réelles et imaginaires de ces coefficients en fonction de la vitesse acoustique permettent de détecter ces ondes. Il est tout à fait clair que ces ondes se traduisent par des rayonnements électromagnétiques hors du matériau piézoélectrique considéré. Notre méthode est applicable pour n'importe qu'elle matériau piézoélectrique, il suffit juste de changer les paramètres caractéristiques du matériau considéré.

REFERENCES

- D. Benatia and M. Benslama, "Analysis of Leaky and Bulk Acoustic Microwaves by Wavelet Technique," *Journal of Communications in Numerical Methods in Engineering*, U.K, 2000, Vol. 16, pp. 165-175.
- Clenet, A. C. Tarot, A. Sharaiha, and J. Saillard, "Printed circularly polarized antenna for IMT-2000 Satellite communications," *Microwave and optical technology letters*, Vol. 18, N° 3, June 1998, pp. 161-166.
- Y. Fusero, S. Ballandras, J. Desbois, J.M. Hodé and P. Ventura, "SSBW to PSAW Conversion in SAW Devices Using Heavy Mechanical Loading," *IEEE Trans. On ultrason., Ferroelectrics, and frequency control*, Vol. 49 N°6, June 2002, pp.805-814.
- C. Peixeiro and A. M. Barbosa, "Leaky and surface waves an anisotropic printed antenna structures," *IEEE. Trans. On Antenna and Propagation*, 1992, Vol. 40, pp. 566-569.
- G. Wang and G. Pan, "Full wave analysis of microstrip line structures by wavelet expansion method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 43, 1995, pp.131-142.