

COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE D'UN ROBOT MANIPULATEUR

KH. Behih* & KH.Benmahammed & F.Khaber****

*Département d'Electrotechnique, Université Ferhat Abbes de Sétif, 19000, Sétif, Algérie.

behikhhalissa@yahoo.fr

**Laboratoire Des systèmes intelligents , Université Ferhat ABBAS de Sétif, 19000, Sétif, Algérie

khierben@yahoo.com

***Laboratoire QUERE, Université Ferhat ABBAS de Sétif, 19000, Sétif, Algérie

jfkhaber@yahoo.fr

Résumé

Dans cet article, un schéma de commande adaptative floue robuste d'un robot manipulateur. La dynamique de robot manipulateur est transformée en une dynamique linéaire en utilisant la technique de linéarisation par retour d'état. Le système ainsi linéarisé sera approximé par un système flou incertain dont les paramètres sont ajustés par des lois d'adaptation basé sur la synthèse de Lyapunov afin d'assurer la stabilité du système en boucle fermée. Pour mettre en évidence les capacités du contrôleur développé, nous avons considéré un système non linéaire d'un bras manipulateur « puma 560 » avec une commande en poursuite.

Mots clés : linéarisation par retour d'état, commande adaptative indirecte, commande floue, systèmes non linéaires multivariables, stabilité, synthèse de Lyapunov.

I-INTRODUCTION

Le développement technologique a conduit à la réalisation de systèmes de plus en plus complexes, et hautement non linéaires. Ces systèmes ne disposent pas, en général de modèles mathématiques nécessaires pour leur conduite automatique, ce qui exige la disponibilité d'outils très efficaces. Pour cela plusieurs méthodes de commande basées sur diverses approches ont été développées. Les études effectuées sur la structure et le fonctionnement des systèmes biologiques et sur le mécanisme de la pensée humaine, ont donné naissance à de nouvelles approches, dont l'approche floue. Cette approche a conduit à la réalisation de systèmes de commande très performants, du fait de sa maîtrise de l'aspect approximatif et qualitatif, inspirés du mécanisme de la pensée humaine.

Les récentes avancées des recherches dans le domaine du flou ont prouvé la capacité et la puissance des modèles flous dans l'identification floue des procédés non linéaires [4].

Le principe de l'identification et de la commande floue repose sur la faculté d'approximation dont jouissent les

systèmes flous [3]. En effet, ceux ci sont capables d'approximer, avec un degré de précision arbitraire fixé, n'importe quelle dynamique non linéaire sur un ensemble compact [8]. L'objectif principal de notre travail est la conception de contrôleurs adaptatifs flous pour des systèmes non linéaires MIMO à paramètres incertains. La dynamique de ces systèmes est transformée en une dynamique linéaire en utilisant la technique de linéarisation par retour d'état [3].

Le système ainsi linéarisé sera approximé par un système flou dont les paramètres sont ajustés par des lois d'adaptation basé sur la synthèse de Lyapunov afin d'assurer la stabilité du systèmes en boucle fermée.

II- FORMULATION DU PROBLEME

Les formalismes de Newton-Euler ou de Lagrange peuvent être utilisés indifféremment pour obtenir le modèle mathématique d'un robot manipulateur. le modèle du robot écrit sous une forme compacte est donné par :

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = U \quad (1)$$

où :

q, \dot{q} , et \ddot{q} : vecteurs ($n \times 1$) des coordonnées articulaire du robot et ses dérivées.

U : vecteurs des commandes.

$H(q)$: matrice d'inertie symétrique définie positive ($n \times n$).

$C(q, \dot{q})$: vecteur regroupant les forces de coriolis et les forces centrifuges ($n \times 1$).

$G(q)$: vecteur regroupant les forces de gravité ($n \times 1$).

Le modèle de robot (1) peut être décomposé en n équations dynamiques

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= H^{-1}(q)[U - C(q, \dot{q}) - G(q)] \\ \ddot{q} &= -H^{-1}(q)[C(q, \dot{q}) + G(q)] + H^{-1}(q)U \\ \ddot{q} &= F'(\dot{q}, q) + G'(q)U \end{aligned} \quad (2)$$

où :

$$\begin{aligned} F'(\dot{q}, q) &= -H^{-1}(q)[C(q, \dot{q}) + G(q)] \\ G'(q) &= H^{-1}(q) \end{aligned}$$

Prenant le vecteur d'état $x^T = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_n^T] \in R^{2n}$ avec $x_i^T = [q_i \ \dot{q}_i]$

Et le vecteur de sortie

$$y_i^T = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n] \in R^n$$

on pose : $y_i = h_i(x)$

Le modèle de robot (2) peut être réécrit de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f'(x) + g'_1(x) u_1 + \dots + g'_p(x) \\ y_1 = h_1(x), \\ \vdots \\ y_p = h_p(x), \end{cases} \quad (3)$$

$p=1, 2, \dots, n$

où $U = [u_1, \dots, u_p]^T \in R^p$ est le vecteur d'entrée, $Y = [y_1, \dots, y_p]^T \in R^p$ est le vecteur de sortie, $f', g'_i, h_i \rightarrow R$ sont des vecteurs de fonctions lisses non linéaires.

L'étude de ces systèmes complexes et hautement non linéaires est limitée. Dans ce cas, soit il faut faire appel aux méthodes

non linéaires, qui sont peu nombreuses et pas faciles à mettre en œuvre, soit il faut linéariser ces systèmes autour de quelques points de fonctionnement et appliquer les méthodes linéaires disponibles facilement exploitables. Parmi ces techniques de linéarisation on cite la linéarisation par retour d'état [9].

linéarisation par retour d'état

Définition

On dit que le système non linéaire SISO

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, \\ y = h(x) \end{cases} \quad (4)$$

a le degré relatif r au point x_0 si :

- i) $L_g L_f^k h(x) = 0$ pour tout x au voisinage de x_0 et pour tout $k < r - 1$.
- ii) $L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$.

avec

$$\begin{aligned} L_f Q(x) &= \frac{\partial Q}{\partial x} f(x) = \left[\frac{\partial Q}{\partial x_1} \ \dots \ \frac{\partial Q}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial Q}{\partial x_i} f_i(x), \end{aligned}$$

$$\text{et } L_g L_f Q(x) = \frac{\partial (L_f Q)}{\partial x} g(x).$$

Autrement dit, le degré relatif r est exactement égal au nombre de fois qu'on doit différencier la sortie $y(t)$, afin de faire apparaître explicitement la valeur de l'entrée $u(t_0)$:

$$y^{(r)}(t_0) = L_f^r h(x_0) + L_g L_f^{r-1} h(x_0) u(t_0).$$

La dynamique de n'importe quel système non linéaire, avec un degré relatif $r = n$, peut être transformé en une dynamique linéaire et contrôlable. Il est important de souligner que cette transformation consiste en deux opérations de base :

- i) Un changement de coordonnées :

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \Phi_1(x) \\ \vdots \\ \Phi_n(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{pmatrix} \text{ et}$$

$$z_i = \Phi_i(x), \quad 1 \leq i \leq n,$$

ii) Un retour d'état de la forme :

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} h(x)} (-L_f^n h(x) + v)$$

qui donne la forme linéaire et contrôlable suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = z_n \\ \dot{z}_n = v \end{cases}$$

En utilisant la technique de retour d'état, comme montré dans [6], nous pouvons écrire l'équation de la $r_i^{\text{ème}}$ dérivée de la $i^{\text{ème}}$ sortie comme suit :

$$y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i} h_i + \sum_{j=1}^p L_{g_j} (L_f^{r_i-1} h_i) u_j \quad (5)$$

Les fonctions $f_i(x) = L_f^{r_i} h_i$, $g_{ij}(x) = L_{g_j} (L_f^{r_i-1} h_i)$ représentent la dynamique non linéaire inconnue du système. L'écriture matricielle de (5) donne :

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_p^{(r_p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_p(x) \end{bmatrix} + G(x) \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_p \end{bmatrix} \quad (6)$$

où $d_i(x)$: représente le vecteur des perturbations externes avec :

$$G(x) = \begin{bmatrix} g_{11}(x) \cdots g_{1p}(x) \\ \vdots \\ g_{p1}(x) \cdots g_{pp}(x) \end{bmatrix}$$

Remarque

La représentation linéaire précédente suppose que les fonctions non linéaires $f_i(x)$ et $g_{ij}(x)$ sont connues. Cependant, dans la majorité des cas la dynamique de ces fonctions reste inconnus. Pour cela il est nécessaire d'utiliser une méthode d'approximation afin d'exploiter la technique de linéarisation par retour d'état. Les systèmes flous s'avèrent un outil

adéquat pour l'approximation des systèmes complexes incertains.

Approximation floue

Les systèmes flous sont représentés par la forme compacte suivante :

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (7)$$

où : $\theta = [\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^M]^T$ est un vecteur de paramètres, $\xi(x)$ est un vecteur regroupant les fonctions floues de base $\xi_1(x)$ définie par :

$$\xi_L(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^L}(x_i)}{\sum_{i=1}^n \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^L}(x_i) \right)} \quad (8)$$

où $\mu_{F_i^L}(x_i)$ représente la fonction d'appartenance de la variable x_i à l'ensemble $\mu_{F_i^L}$.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie y à suivre un signal de référence borné $y_m(t)$, sous la contrainte que tous les signaux impliqués soient bornés. Plus spécifiquement il s'agit de déterminer la commande par retour d'état $u = u(x/\theta)$ basée sur des systèmes flous et des lois d'adaptation.

Objectifs de la commande

tous les signaux et paramètres estimés sont uniformément bornés.

i) étant donnée un niveau d'atténuation des perturbations $\rho > 0$, tel que le critère de poursuite H^∞ suivant est réalisé [3].

$$\int_0^T e^T Q e dt \leq e^T(0) P e(0) + \frac{1}{\eta} (\tilde{\theta}^T(0) \tilde{\theta}(0)) + \rho^2 \int_0^T w^T w dt \quad (9)$$

où $T \in [0, \infty)$ $w \in L_2[0, T]$ sont des perturbations combinées, Q, P sont des matrices définies positives, η est un paramètre de conception, $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$, θ^* étant le vecteur des paramètres optimaux.

III- COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE INDIRECTE

On considère le système (6), si $f_i(x)$ et $g_{ij}(x)$ sont connues et $d_i(x)=0$, la commande par retour d'état est donnée par [3]:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} = G^{-1}(x) \left(- \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_p(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} \right) \quad (10)$$

avec l'entrée externe v_i . Le système est linéarisé comme suit

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_p^{(r_p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} \quad (11)$$

Etant données les trajectoires de référence y_{m1}, \dots, y_{mp} , on définit les erreurs de poursuite par $e_1 = y_{m1} - y_1, \dots, e_p = y_{mp} - y_p$. La trajectoire de référence peut être asymptotiquement suivie sous l'action des contrôleurs linéaires externes.

$$\begin{cases} v_1 = y_{m1}^{(r_1)} + k_{1r_1} e_1^{(r_1-1)} + \dots + k_{11} e_1, \\ \vdots \\ v_p = y_{mp}^{(r_p)} + k_{prp} e_p^{(r_p-1)} + \dots + k_{p1} e_p. \end{cases} \quad (12)$$

A partir de (11) et (12), nous pouvons écrire:

$$\begin{cases} e_1^{(r_1)} + k_{1r_1} e_1^{(r_1-1)} + \dots + k_{11} e_1 = 0 \\ \vdots \\ e_p^{(r_p)} + k_{prp} e_p^{(r_p-1)} + \dots + k_{p1} e_p = 0 \end{cases} \quad (13)$$

où les coefficients k_{ij} sont choisis tel que tous les polynômes dans (13) soient du type Hurwitz. Alors nous pouvons conclure que $\lim e_i(t) = 0$ quand t tend vers l'infini; qui est l'objectif principal de la commande. Cependant, dans notre cas, les fonctions non linéaires $f_i(x)$ et $g_{ij}(x)$ sont supposées inconnues, et $d_i \neq 0$, donc l'obtention de la loi de commande (10) s'avère impossible. Pour cela la dynamique de ces fonctions est approximée avec les systèmes flous \hat{f} et \hat{g} définis par :

$$\hat{f}_i(x/\theta_i) = \theta_i^T \zeta(x) \quad (14)$$

$$\hat{g}_{ij}(x/\theta_{ij}) = \theta_{ij}^T \zeta(x) \quad (15)$$

La commande dans ce cas est :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} = \hat{G}^{-1}(x) \left(- \begin{bmatrix} \hat{f}_1(x/\theta_1) \\ \vdots \\ \hat{f}_p(x/\theta_p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{f1} \\ \vdots \\ \mu_{fp} \end{bmatrix} \right) \quad (16)$$

où μ_{f_i} est employé pour atténuer les perturbations externes et les erreurs d'approximation.

$$\mu_{f_i} = - \frac{1}{\lambda_i} B_i^T P_i e_i \quad (17)$$

λ_i et P_i sont les solutions de l'équation de Riccati suivante :

$$P_i A_i + A_i^T P_i + Q_i - \left(\frac{2}{\lambda_i} - \frac{1}{\rho^2} \right) P_i B_i B_i^T P_i = 0 \quad (18)$$

Il est à noter que cette équation de Riccati admet une solution $P = P^T \geq 0$ ssi $2\rho^2 > \lambda_i$.

En utilisant (13) et (16), nous pouvons écrire (6) comme :

$$\begin{aligned} e_i^{(r_i)} + k_{ir_1} e_i^{(r_i-1)} + \dots + k_{i1} e_i &= (f_i(x) - \hat{f}_i(x/\theta_i)) + \\ &+ (g_{i1}(x) - \hat{g}_{i1}(x/\theta_{i1}))u_1 + \dots + (g_{ip}(x) - \hat{g}_{ip}(x/\theta_{ip}))u_p + \\ &+ u_p - u_{f_i} + d_i \quad i=1, \dots, p \end{aligned} \quad (19)$$

L'équation dynamique de l'erreur peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= A_i e_i + B_i \mu_{f_i} - B_i d_i + B_i \\ &+ \left[(\hat{f}_i(x/\theta_i) - f_i(x)) + \sum_{j=1}^p (\hat{g}_{ij}(x/\theta_{ij}) - g_{ij}(x))u_j \right] \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{où : } A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_{i1} & \dots & \dots & -k_{iri} \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

Définissant respectivement les paramètres optimaux θ_i^* et θ_{ij}^* et les erreurs minimales d'approximation par :

$$\theta_i^* = \arg \min [\sup |\hat{f}_i(x/\theta_i) - f_i(x)|],$$

$$\theta_{ij}^* = \arg \min [\sup |\hat{g}_{ij}(x/\theta_{ij}) - g_{ij}(x)|]$$

$$w_{i1} = (\hat{f}_i(x/\theta_i^*) - f_i(x)) + \sum_{j=1}^p (\hat{g}_{ij}(x/\theta_{ij}^*) - g_{ij}(x))u_j \quad (21)$$

alors l'équation (20) peut être exprimée par :

$$\dot{e}_i = A_i e_i + B_i \mu_{f_i} + B_i \left[\tilde{\theta}_i^T \zeta(x) + \sum_{j=1}^p \tilde{\theta}_{ij}^T \zeta(x) u_j \right] - B_i w_i \quad (22)$$

où $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*$, $\tilde{\theta}_{ij} = \theta_{ij} - \theta_{ij}^*$, $w_i = w_{i1} - d_i$

Les paramètres d'adaptation, utilisés pour ajuster les vecteurs de paramètres θ_i et θ_{ij} sont choisis comme suit:

$$\dot{\theta}_i = \begin{cases} -\eta_i e_i^T P_i B_i \zeta(x) & \text{si } \|\theta_i\| \leq M_i, \\ \text{ou} (\|\theta_i\| = M_i \text{ et } e_i^T P_i B_i \theta_i^T \zeta(x) > 0), \\ Pr[-\eta_i e_i^T P_i B_i \zeta(x)] & \text{si} \\ (\|\theta_i\| = M_i \text{ et } e_i^T P_i B_i \theta_i^T \zeta(x) \leq 0) \end{cases} \quad (23)$$

$$\dot{\theta}_{ij} = \begin{cases} -\eta_{ij} e_i^T P_i B_i \zeta(x) u_i & \text{si } \|\theta_{ij}\| \leq M_{ij}, \\ \text{ou} (\|\theta_{ij}\| = M_{ij} \text{ et } e_i^T P_i B_i \theta_{ij}^T \zeta(x) u_i > 0) \\ Pr[-\eta_{ij} e_i^T P_i B_i \zeta(x) u_i] & \text{si} (\|\theta_{ij}\| = M_{ij} \\ \text{et } e_i^T P_i B_i \theta_{ij}^T \zeta(x) u_i \leq 0) \end{cases} \quad (24)$$

où l'opérateur de projection Pr est défini par [5]:

$$Pr[-\eta_i \zeta(x) B_i^T P_i e_i] = -\eta_i \zeta(x) B_i^T P_i e_i + \eta_i \frac{e_i^T P_i B_i \zeta^T(x) \theta_i}{\|\theta_i\|^2} \theta_i \quad (25)$$

$$Pr[-\eta_{ij} \zeta(x) B_i^T P_i e_i u_i] = -\eta_{ij} \zeta(x) B_i^T P_i e_i u_i + \eta_{ij} \frac{e_i^T P_i B_i \zeta^T(x) u_i \theta_{ij}}{\|\theta_{ij}\|^2} \theta_{ij} \quad (26)$$

Supposition 1

$G(x)$ est bornée sur un ensemble compact $S \subset \mathbb{R}^n$ si :

$\|G(x)\|^2 = tr(G^T(x) \cdot G(x)) \geq b_1 > 0$. où b_1 représente la plus petite valeur singulière de la matrice $G(x)$.

Supposition 2

Le système a un vecteur de degré relatif constant $[r_1, \dots, r_p]^T$, et la dynamique de ses zéros est à attraction exponentielle [3].

Théorème

Pour le système non linéaire (3), la commande adaptative floue indirecte est donnée par (16) avec la commande robuste (17) et les lois d'adaptation (23) et (24). Si les suppositions 1 et 2 sont satisfaites, alors les propriétés suivantes sont garanties :

- i) Tous les signaux et les paramètres estimés sont bornés c'est à dire $\|\theta_i\| \leq M_i, \|\theta_{ij}\| \leq M_{ij} \cdot x, u_i \in L_\infty$.
- ii) Etant donné un niveau d'atténuation ρ , l'indice de performance proposé dans (9), est accompli.

démonstration

- i) Pour montrer que $\|\theta_i\| \leq M_i, \|\theta_{ij}\| \leq M_{ij}$, une démarche semblable à celle exposée dans [3] est adoptée.
- ii) Soit la fonction de Lyapunov $V = V_1 + \dots + V_p$,

$$V_i = \frac{1}{2} e_i^T P_i e_i + \frac{1}{2\eta_i} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i + \sum_{j=1}^p \frac{1}{2\eta_{ij}} \tilde{\theta}_{ij}^T \tilde{\theta}_{ij} \quad (27)$$

En différenciant V et V_i

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dots + \dot{V}_p, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \frac{1}{2} e_i^T \left(P_i A_i + A_i P_i - \frac{2}{\lambda_i} P_i B_i B_i^T P_i \right) e_i \\ & + \frac{1}{2} (w_i^T B_i^T P_i e_i + e_i^T P_i B_i w_i) \\ & + \frac{1}{\eta_i} (\eta_i e_i^T P_i B_i \zeta^T(x) + \dot{\theta}_i^T) \tilde{\theta}_i + \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^p \frac{1}{\eta_{ij}} (\eta_{ij} e_i^T P_i B_i \zeta^T(x) u_i + \dot{\theta}_{ij}^T) \tilde{\theta}_{ij} \quad (29)$$

En utilisant (23) et (24), nous pouvons déduire les inégalités suivantes :

$$(\eta_i e_i^T P_i B_i \zeta^T(x) + \dot{\theta}_i^T) \tilde{\theta}_i \leq 0, \quad (30)$$

$$(\eta_{ij} e_i^T P_i B_i \zeta^T(x) u_i + \dot{\theta}_{ij}^T) \tilde{\theta}_{ij} \leq 0. \quad (31)$$

En utilisant (18), (30) et (31), alors (29) devient :

$$\dot{V}_i \leq -\frac{1}{2} e_i^T Q_i e_i + \frac{1}{2} \rho^2 w_i^2. \quad (32)$$

Pour accomplir l'objectif ii) du contrôleur, nous intégrons (32) de $t = 0$ à $t = T$

$$\frac{1}{2} \int_0^T e^T Q e dt \leq e^T(0) P e(0) + \theta^T(0) \theta(0) + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T w^T w dt \quad (33)$$

avec :

$$e = [e_1^T, \dots, e_P^T]^T, \quad \theta_f = \left[\frac{1}{\eta_1} \theta_1^T, \dots, \frac{1}{\eta_P} \theta_P^T \right]^T,$$

$$\theta = [\theta_f^T, \theta_g^T]^T, \quad \theta_g = \left[\frac{1}{\eta_{11}} \theta_{11}^T, \dots, \frac{1}{\eta_{PP}} \theta_{PP}^T \right]^T,$$

$$Q = \text{diag}[Q_1, \dots, Q_P], \quad P = \text{diag}[P_1, \dots, P_P],$$

$$w = [w_1, \dots, w_P]^T, \quad \text{ce qui signifie que l'objectif ii) du contrôleur est accompli.}$$

Algorithmme

L'algorithme suivant résume les étapes de conception du contrôleur adaptatif flou.

Etape 1 : le traitement autonome

- spécifier les coefficients k_{ij} tels que toutes les racines d'équation (13) soient dans le demi plan gauche.
- Choisir une matrice strictement définie positive Q_i , un niveau d'atténuation désirée ρ et un facteur positif λ_i , avec $2\rho^2 > \lambda_i$, et résoudre l'équation de Riccati (18) pour obtenir une matrice (solution) strictement définie positive P_i .
- Spécifier les paramètres du système M_i , M_{ij} basés sur des contraintes pratiques.
- Choisir les fonctions d'appartenance μ_{F_i} pour $i=1, 2, \dots, M$ et calculer les fonctions floues de base [3].

Etape 2 : l'adaptation en ligne

- Appliquer la commande en boucle fermée (16) pour le système (6), où μ_{f_i} est donné par (17).
- Utiliser les lois d'adaptation (23) et (24) pour ajuster les paramètres θ_i et θ_{ij}

IV- SIMULATION

La dynamique d'un robot manipulateur à deux degré de liberté est régie par l'ensemble des équations différentielles suivantes [3] :

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h\dot{q}_2 - h\dot{q}_1 \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\text{où } H_{11} = a_1 + 2a_3 \cos(q_2) + 2a_4 \sin(q_2),$$

$$H_{12} = H_{21} = a_2 + a_3 \cos(q_2) + a_4 \sin(q_2),$$

$$H_{22} = a_2.$$

avec $h = a_3 \sin(q_2) - a_4 \sin(q_2)$,

$$a_1 = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2, \quad a_2 = I_e + m_e l_{ce}^2, \quad a_3 = m_e l_1 l_{ce} \cos(\delta_e)$$

$$a_4 = m_e l_1 l_{ce} \sin(\delta_e), \quad l_1 = 1.0, \quad l_{c1} = 0.5,$$

$$m_1 = 1.0, \quad I_1 = 0.12, \quad I_{ce} = 0.6, \quad \delta_e = 0.6,$$

$$m_e = 2.0, \quad I_e = 0.25.$$

Puisque la matrice H est strictement définie positive, le système peut être écrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & h\dot{q}_2 - h\dot{q}_1 \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \right) \quad (35)$$

$$x_1 = q_1, \quad x_2 = \dot{q}_1, \quad x_3 = q_2, \quad x_4 = \dot{q}_2, \quad y_1 = x_1, \quad y_2 = x_3.$$

Paramètres d'initialisation : $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = x_4(0) = 0.5$

les trajectoires de référence sont

$$y_{m1} = \sin \frac{2\pi}{25} t, \quad y_{m2} = \sin \frac{2\pi}{38} t.$$

Pour approximer les fonctions inconnues f_1, f_2, g_{11} et g_{22} (ici nous supposons que les fonctions g_{12} et g_{21} sont connues au

préalable) on utilise: $y_i(x) = \sum_{j=1}^7 \theta_{ij}^T \xi_j(x)$

Mise en œuvre de l'algorithme

On considère la matrice de gain $k_{11} = k_{12} = 1, k_{21} = k_{22} = 2$, assurant la stabilité du système.

La résolution de l'équation de Riccati donne comme solution $P_i = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$, pour $Q_i = \text{diag}(10, 10), \rho = 0.05, 0.1, 0.2, 0.5$

et $\lambda = 0.005, 0.01, 0.02, 0.05$,
 $\eta_1 = \eta_2 = 0.1, \eta_{11} = \eta_{22} = 0.01$

Les paramètres $\theta_i(0)$ et $\theta_{ij}(0)$ sont pris arbitrairement dans l'intervalle $[-2, 2]$

La $j^{\text{ème}}$ règle floue est définie par :

R^j : if x_1 is F_1^j and x_2 is F_2^j and x_3 is F_3^j and x_4 is F_4^j Then y_i is C^j (36)

Les fonctions d'appartenance sont les suivantes :

$$\mu_{F_1^1}(x_i) = \frac{1}{1 + \exp(-5(x_i + 0.6))},$$

$$\mu_{F_3^1}(x_i) = \exp(-0.5(x_i + 0.2)^2),$$

$$\mu_{F_5^1}(x_i) = \exp(-0.5(x_i - 0.2)^2),$$

$$\mu_{F_2^1}(x_i) = \exp(-0.5(x_i + 0.4)^2),$$

$$\mu_{F_4^1}(x_i) = \exp(-0.5 x_i^2),$$

$$\mu_{F_6^1}(x_i) = \exp(-0.5(x_i - 0.4)^2),$$

$$\mu_{F_7^1}(x_i) = \frac{1}{1 - \exp(-5(x_i - 0.6))}, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

avec

$$\xi_i(x) = \frac{\mu_{F_1^i}(x_1) \mu_{F_2^i}(x_2) \mu_{F_3^i}(x_3) \mu_{F_4^i}(x_4)}{\sum_{j=1}^7 \mu_{F_1^j}(x_1) \mu_{F_2^j}(x_2) \mu_{F_3^j}(x_3) \mu_{F_4^j}(x_4)}$$

et

$$\xi_i(x) = [\xi_1(x), \xi_2(x), \xi_3(x), \xi_4(x), \xi_5(x), \xi_6(x), \xi_7(x)]^T$$

Dans la simulation, on a utilisé la procédure MATLAB "ode 23", avec un pas de 0.001.

Résultats de simulation

Les résultats de simulation pour les conditions initiales $x(0) = [-2, -2, -2, 2]$ sont illustrés par les figures suivantes :

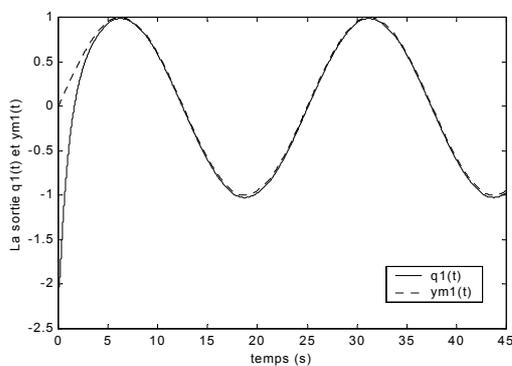


Fig. 1 La sortie $q_1(t)$ et la référence $y_{m1}(t)$

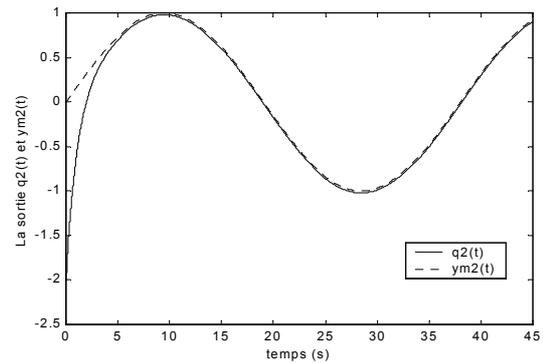


Fig. 2 La sortie $q_2(t)$ et la référence $y_{m2}(t)$

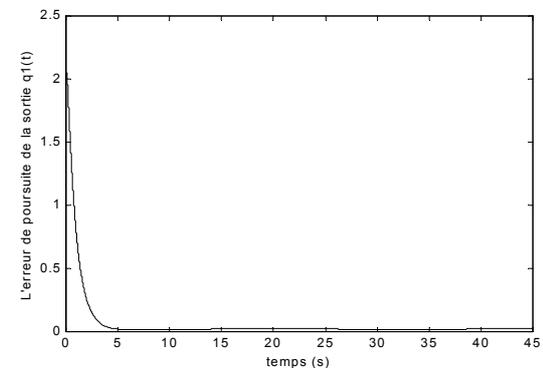


Fig. 3 L'erreur de poursuite de sortie $q_1(t)$

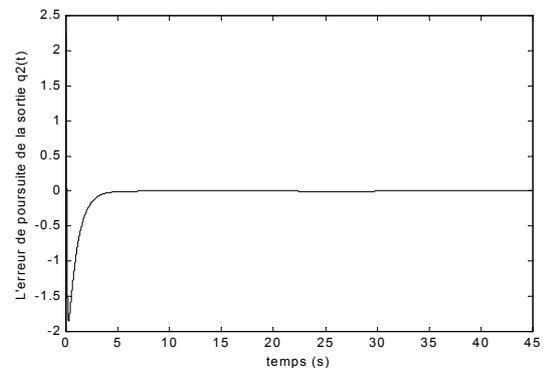


Fig. 4 L'erreur de poursuite de sortie $q_2(t)$

CONCLUSION

Dans cette approche, un schéma de contrôle pour la synthèse d'une commande adaptative floue indirecte robuste d'un robot manipulateur, est développé. Dans cette conception, les systèmes flous sont utilisés pour approximer les parties inconnues des fonctions non linéaires, et un compensateur robuste dans le sens H^∞ est

synthétisé pour atténuer les erreurs d'approximation et les perturbations externes.

Nous avons constaté que quelque soit les conditions initiales considérées, la poursuite s'effectue en minimisant l'erreur d'approximation d'une part et en assurant la stabilité du système global d'autre part. Ces erreurs estimées est de l'ordre 0.7%. Ces résultats mettent en évidence l'efficacité de l'approche proposée.

REFERENCES

- [1] Y. C Chang «Robust tracking control for nonlinear MIMO systems via fuzzy approaches». *Automatica* 36 (2000) 1535-1545.
- [2] H. Zhang, Z. Bien « Adaptive Fuzzy Control of MIMO Nonlinear Systems ». *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 115, pp. 191-204, 2000.
- [3] S. Tang, J. Tang, T. Wang. « Fuzzy adaptive control of multivariable nonlinear systems ». *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 111, pp. 153-167, 2000.
- [4] L. X. Wang. « Stable Adaptive Fuzzy Controlers with Application to inverted pendulum tracking ». *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern., Part B: Cybernetics*, vol. 26, No. 5, pp. 677-691, Oct 1996.
- [5] H. K. Khalil «Nonlinear Systems» Englewood cliffs, NJ: prentice-hall, 1996.
- [6] A. Isodri « Nonlinear Control Systems», Springer, London 1995.
- [7] Bernadette Bouchon-Meunier « La logique floue et ses applications » Editions Addison-Wesley France, SA 1995
- [8] H. Buhler « Réglage par logique floue » Presse Polytechnique et Universitaires Romandes, 1994.
- [9] L. X. Wang. « Fuzzy Systems are Universal Approximators » *Proc. Of the IEEE Conf. On Fuzzy Systems (Fuzz' IEEE 92)*, San Diego, pp. 1163-1170, 1992.
- [10] S. S. Sastry, A. Isidori. « Adaptive Control of Linearizable Systems ». *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol. 34, No. 11, pp. 1123-1131, 1989.